

# Makroskopische Simulation der Verkehrsabläufe auf Autobahnen

Dipl.–Ing. Martin Rose, Institut für Bauinformatik, Universität Hannover

## **Kurzfassung:**

*Makroskopische Verkehrssimulationen können ein wesentliches Hilfsmittel für die dynamische Prognose von bevorstehenden Verkehrssituationen auf einem Autobahnabschnitt sein. Es werden die Methoden der makroskopischen Simulation von Verkehrsabläufen auf Autobahnen dargestellt, vergleichend untersucht und, soweit dies derzeit möglich ist, bezüglich ihrer Brauchbarkeit für Verkehrsprognosen beurteilt.*

## **1 Einleitung**

Die steigende Mobilität im Straßenverkehr bei gleichbleibend beschränkten räumlichen Ressourcen hat zu weitreichenden Entwicklungen einer rechnergestützten Verkehrsleittechnik geführt. Sie umfaßt insbesondere die Steuerung und Lenkung der Verkehrsabläufe auf Autobahnen. Grundlage einer zweckmäßigen Steuerung und Lenkung ist die Kenntnis der Verkehrssituation auf einer Richtungsfahrbahn der Autobahn. Zur Erfassung der Verkehrssituation werden Online–Messungen durchgeführt.

Sollen die Verkehrsabläufe nicht nur aufgrund aktueller und vergangener Verkehrssituationen gesteuert werden, so sind kurzfristige Prognosen über die zu erwartende Verkehrssituation auf der Autobahn erforderlich. Die Voraussetzung für eine gute Verkehrsprognose ist die Kenntnis vom Verhalten der Verkehrsteilnehmer beziehungsweise der Verkehrsabläufe. Eine Möglichkeit, dieses Verhalten systematisch zu untersuchen, bieten Simulationen der Verkehrsabläufe auf einer Autobahn.

Bei der Verkehrssimulation werden grundsätzlich mikroskopische und makroskopische Modelle unterschieden. In diesem Beitrag werden ausgehend von Verkehrsmessungen vorrangig makroskopische Verkehrsmodelle und ihre numerische Realisierung behandelt.

## **2 Verkehrsmessungen**

Verkehrsmessungen dienen der Erhebung von Verkehrsdaten beispielsweise auf einer Autobahn. Diese Daten können dazu genutzt werden, sich ein Bild von einer aktuellen oder vergangenen Verkehrssituation zu machen. Sie können auch als Eingangsgrößen für eine automatische Verkehrssteuerung verwendet werden. Sollen für die Verkehrssteuerung Prognosen auf der Grundlage von Verkehrssimulationen eingesetzt werden, so sind die Daten so aufzubereiten, daß sie als Anfangs– und Randbedingungen beziehungsweise als Vergleichsgrößen für die Simulationsergebnisse genutzt werden können.

Bei Verkehrsmessungen werden momentane und lokale Messungen unterschieden. Momentane Messungen basieren auf der Aufnahme und Auswertung von Bildern für einen festen Streckenabschnitt. Das Verhältnis  $m/\Delta x$  der hierbei gezählten Fahrzeuganzahl  $m$  zur repräsentativen Länge  $\Delta x$  des Streckenabschnitts ist ein Maß für die Verkehrsdichte. Lokale Messungen basieren auf der Aufnahme und Auswertung von Detektordaten für ein festes Zeitintervall. Das Verhältnis  $n/\Delta t$  der hierbei gezählten Fahrzeuganzahl  $n$  zum Zeitintervall  $\Delta t$  ist ein Maß für den Verkehrsfluß.

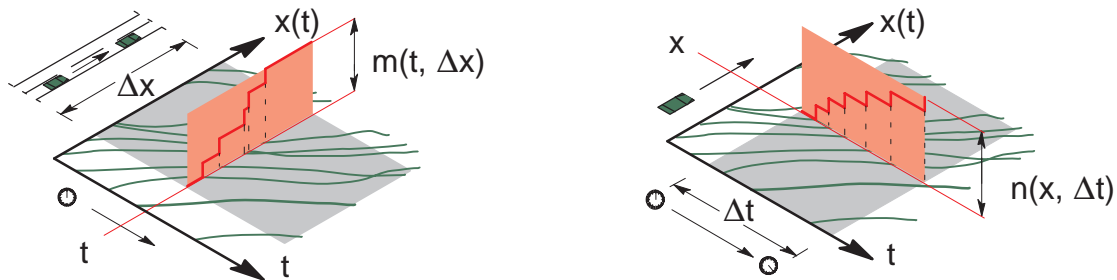


Abb. 1: Momentane und lokale Verkehrsmessung

In der Regel werden auf Autobahnen lokale Messungen durchgeführt. Die dazu notwendigen Detektoren können beispielsweise Induktionsschleifen oder Radargeräte sein. Ein Detektor zählt die Anzahl der Fahrzeuge, die ihn auf einer Spur an einem Fahrbahnquerschnitt innerhalb eines Zeitintervalls überqueren. Darüber hinaus wird die mittlere Geschwindigkeit der im entsprechenden Zeitintervall gezählten Fahrzeuge ermittelt.

Bei der Aufbereitung der Daten ist zunächst ihre Plausibilität zu prüfen. Gegebenenfalls sind die Daten als fehlerhaft zu markieren oder durch Hilfsrechnungen zu schätzen. Insbesondere bei sehr wenig Fahrzeugen pro Zeitintervall ergeben sich große Schwierigkeiten bei der Dichtebestimmung. Die vorhandenen makroskopischen Verkehrssimulationen rechnen mit fahrzeugbezogenen Verkehrsgrößen. Sie sind zweckmäßig aus den spurbezogenen Detektordaten für jeweils einen Fahrbahnquerschnitt zusammenzufassen. Dieser scheinbar einfache Mittlungsprozeß wird dadurch erschwert, daß es mehrere verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der Verkehrsdichte pro Querschnitt gibt, die nicht immer mit der Dichte einer Verkehrssimulation vergleichbar sind.

### 3 Makroskopische Simulationsmodelle

#### Mikroskopische und makroskopische Modellierung

Mikroskopische Simulationsmodelle stellen den natürlichen Zugang zur dynamischen Verkehrsmodellierung dar. Sie setzen die Identifizierbarkeit der betrachteten Fahrzeuge voraus. Für jedes Fahrzeug  $i$  wird die Position  $x_i(t)$  und die Geschwindigkeit  $v_i(t)$  auf einer Spur zum Zeitpunkt  $t$  eingeführt. Das Verhalten der Fahrzeuge wird einerseits durch die Wunschgeschwindigkeit beim unbeeinflussten Fahren und andererseits durch die Interaktion der Fahrzeuge beim beeinflussten Fahren beschrieben. Dies führt zu einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung für die Position  $x_i(t)$  und die Geschwindigkeiten  $v_i(t)$  aller betrachteten Fahrzeuge.

Bei den makroskopischen Simulationsmodellen wird von der Modellvorstellung ausgegangen, daß die Fahrzeuge gedanklich "verflüssigt" oder "verdampft" werden. Dadurch wird ein Übergang auf eine kontinuierliche Verkehrsströmung erreicht, die in der Analogie zur Fluidodynamik formuliert werden kann. Zur Beschreibung makroskopischer Verkehrsmodelle wird die Verkehrsdichte  $\rho(x, t)$  und die mittlere Verkehrsgeschwindigkeit  $v(x, t)$  in Abhängigkeit von dem Ort  $x$  und der Zeit  $t$  eingeführt. Die Verkehrsdichte  $\rho(x, t)$  entspricht dabei dem Kehrwert des mittleren Abstandes zwischen zwei aufeinander folgenden Fahrzeugen. Die Bestimmungsgleichungen für die Dichte  $\rho(x, t)$  und die mittlere Geschwindigkeit  $v(x, t)$  sind zwei gekoppelte partielle Differentialgleichungen in Abhängigkeit von dem Ort  $x$  und der Zeit  $t$ .

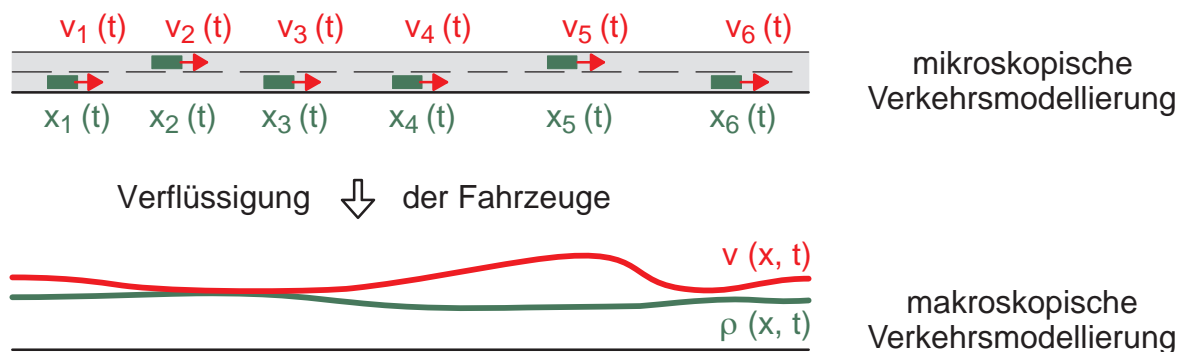


Abb. 2: Übergang von der mikroskopischen zur makroskopischen Modellierung

### Bestimmungsgleichungen makroskopischer Verkehrsmodelle

In der Verkehrsdynamik wird mit der Flußrelation der Verkehrsfluß  $q(x, t)$  als Produkt der Dichte  $\rho$  und mittlerer Geschwindigkeit  $v$  definiert:

$$q := \rho \cdot v \quad (1)$$

Die Bestimmungsgleichung für die Dichte ist die Kontinuitätsgleichung. Sie stellt den Massenerhalt und damit den Erhalt der Fahrzeuganzahl dar:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Die Bestimmungsgleichung für die mittlere Geschwindigkeit ist eine Bewegungsgleichung. Sie beschreibt die Beschleunigung des Verkehrsablaufs an einem Ort  $x$  zu einer Zeit  $t$ :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = f \quad (3)$$

Die Beschleunigung setzt sich aus einem lokalen Anteil und einem konvektiven Anteil zusammen. Sie ist gleich einer Beschleunigung  $f = f(x, t)$ , die sich aus den Antriebseigenschaften der Fahrzeuge und den Verhaltensweisen der Fahrer ergibt. Die Beschleunigung  $f$  wird als Anpassungsterm bezeichnet, da sie in der Regel als Anpassung der mittleren Geschwindigkeit  $v$  an eine vorzugebende Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $V = V(\rho)$  mit einer Anpassungszeit  $\tau$  dargestellt wird:

$$f = \frac{V - v}{\tau} \quad (4)$$

Die einfache Bewegungsgleichung (3) kann um einen Druckterm erweitert werden, so daß sie formal einer Euler–Gleichung entspricht:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = f - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5)$$

Der Druck  $p = p(x, t)$  wird als Produkt der Verkehrsdichte  $\rho$  und dem Quadrat einer Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c^2$  definiert. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  wird wie in der Flüssigkeitsdynamik als konstant angenommen oder wie in der Gasdynamik proportional zur Wurzel der Geschwindigkeitsvarianz angenommen:

$$p = \rho c^2 \quad (6)$$

Die Bewegungsgleichung (5) kann um einen Viskositätsterm erweitert werden, so daß sie formal einer Navier–Stokes–Gleichung entspricht:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = f - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (7)$$

Die verschiedenen Modellansätze in der makroskopischen Verkehrsmodellierung unterscheiden sich in der Art der Bewegungsgleichung und der Wahl der Gleichgewichtsgeschwindigkeit.

### Gleichgewichtsgeschwindigkeit

Die in Gleichung (4) eingeführte dichteabhängige Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $V = V(\rho)$  ist von maßgebender Bedeutung für die makroskopische Verkehrsmodellierung. Sie ist eine Lösung der Bestimmungsgleichungen für den Fall, daß der Verkehrsablauf homogen und stationär ist. In einem homogenen und stationären Verkehrsablauf fahren die Fahrzeuge mit gleicher Geschwindigkeit und gleichem Abstand zueinander. Ein derartiger Verkehrsablauf tritt in der Realität jedoch nicht auf. Daher kann eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $V(\rho)$  auch nicht durch Messungen bestimmt werden.

Bei der makroskopischen Verkehrsmodellierung wird davon ausgegangen, daß bei zunehmender Dichte von  $\rho = 0$  bis  $\rho = \rho_{\max}$  die Gleichgewichtsgeschwindigkeit von  $V = V_{\max}$  bis  $V = 0$  monoton abnimmt.

Für die Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $V(\rho)$  gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Ansätzen. Einfache lineare, quadratische oder kubische Ansätze haben sich als nicht brauchbar erwiesen, da sich für höhere Dichten zu hohe Geschwindigkeiten ergeben. Häufig werden potentielle und exponentielle Ansätze verwendet, für die die Geschwindigkeit bereits bei  $\rho/\rho_{\max} = 0.5$  fast Null ist. Der Ansatz nach Helbing [2], der aus einer gaskinetischen Betrachtung von Verkehrsabläufen resultiert, nimmt bei höheren Dichten niedrige Geschwindigkeiten an.

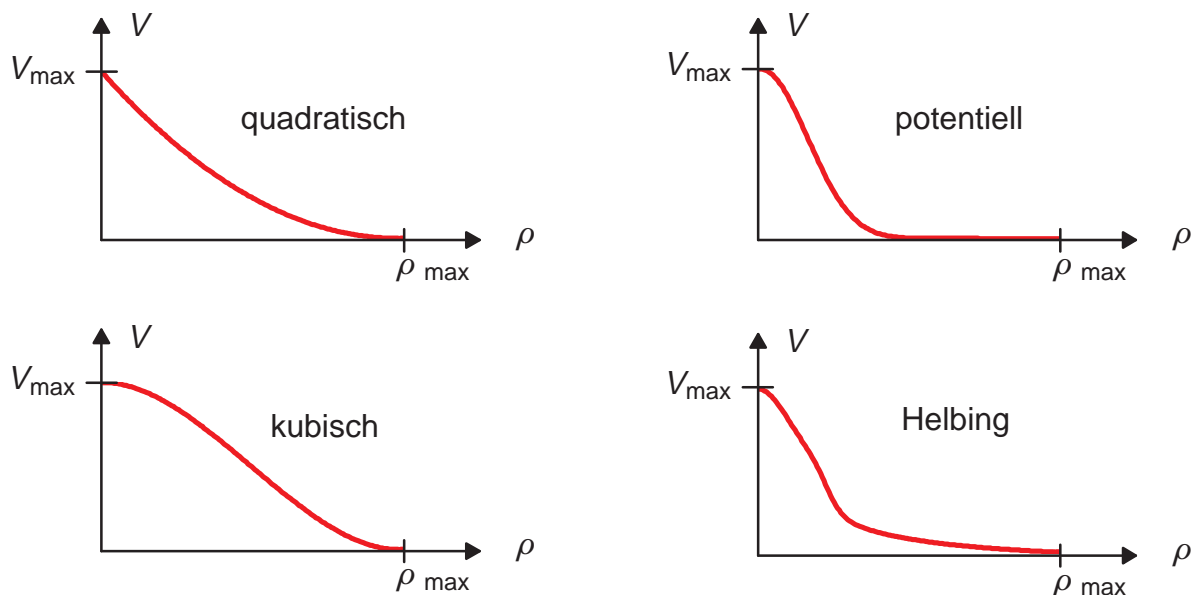


Abb. 3: Verschiedene Ansätze für eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit

### Anfangs- und Randbedingungen

Zur Lösung der Bestimmungsgleichungen sind Anfangs- und Randbedingungen erforderlich. Zum Anfangszeitpunkt  $t_0$  sind die Dichte  $\rho(x, t_0)$  und die mittlere Geschwindigkeit  $v(x, t_0)$  für den betrachteten Streckenabschnitt als Anfangsbedingungen vorzugeben.

Ist der betrachtete Streckenabschnitt ein geschlossener Ring, so sind keine Randbedingungen erforderlich. Ringstrecken werden insbesondere für theoretische Untersuchungen der Simulationsmodelle verwendet. Ist der betrachtete Streckenabschnitt offen, so sind am stromaufwärtigen und stromabwärtigen Rand entsprechende Randbedingungen für die Verkehrsdichte und die mittlere Geschwindigkeit vorzugeben. Als Randbedingungen bieten sich Dirichletsche oder homogene von Neumannsche Bedingungen an. Die zu vergebenden Randbedingungen müssen mit den Lösungen im inneren Bereich der betrachteten Strecke verträglich sein. Daher ist eine geeignete Wahl der Randbedingungen außerordentlich schwierig. Bei einem Vergleich von Verkehrsmessungen und Verkehrssimulationen wird häufig so vorgegangen, daß die Randbedingungen für die Verkehrsdichte und die mittlere Geschwindigkeit am stromaufwärtigen Rand sowie die Randbedingung für die mittlere Geschwindigkeit am stromabwärtigen Rand aus den Meßergebnissen ermittelt werden. Dabei muß sichergestellt werden, daß die Verkehrsdichte am stromaufwärtigen Rand zuverlässig bestimmt werden kann.

## 4 Numerische Verfahren

Die nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen der makroskopischen Modellansätze sind analytisch nicht lösbar. Sie müssen daher numerisch gelöst werden. Hierfür existieren verschiedene numerische Lösungsverfahren. Sie basieren auf den Methoden der finiten Volumen, der finiten Differenzen oder der finiten Elemente sowie auf expliziten oder impliziten Zeitschrittverfahren. Ausgewählte Verfahren werden nachfolgend kurz beschrieben.

### **Verfahren nach Hilliges [3]**

Das Verfahren nach Hilliges geht von der einfachen Bewegungsgleichung (3) aus. Es basiert auf der Methode der finiten Volumen und einem expliziten Euler–Verfahren. Das Courant–Kriterium für die örtliche und zeitliche Diskretisierung  $v \cdot \Delta t / \Delta x < 1$  muß mit dem Ortsintervall  $\Delta x$  und dem Zeitintervall  $\Delta t$  eingehalten werden. Die Konsistenzordnung der diskreten Bestimmungsgleichungen ist  $O(\Delta x, \Delta t)$ . Das Verfahren enthält eine zum Ortsintervall  $\Delta x$  proportionale numerische Diffusion in der Kontinuitätsgleichung. Die numerische Stabilität ist nur für hinreichend große Ortsintervalle  $\Delta x$  gewährleistet.

### **Verfahren nach Cremer/Papageorgiou [1]**

Das Verfahren nach Cremer/Papageorgiou geht von der erweiterten Bewegungsgleichung (5) aus, die formal der Euler–Gleichung entspricht. Es basiert auf der Methode der finiten Volumen und einem expliziten Euler–Verfahren. Das Courant–Kriterium für die örtliche und zeitliche Diskretisierung  $v \cdot \Delta t / \Delta x < 1$  muß eingehalten werden. Die Konsistenzordnung ist  $O(\Delta x, \Delta t)$ . Das Verfahren enthält eine zum Ortsintervall  $\Delta x$  proportionale numerische Diffusion in der Kontinuitätsgleichung und in der Bewegungsgleichung. Die numerische Stabilität ist nur für hinreichend große Ortsintervalle  $\Delta x$  gewährleistet.

### **Verfahren nach Rose/Milbradt [6]**

Das Verfahren nach Rose/Milbradt geht von der erweiterten Bewegungsgleichung (7) aus, die formal der Navier–Stokes–Gleichung entspricht. Es basiert auf der Methode der finiten Elemente mit einem stabilisierenden Upwinding und auf einem expliziten Zeitschrittverfahren mit automatischer Zeitschrittkontrolle. Die Konsistenzordnung ist  $O(\Delta x, \Delta t)$ . Das Verfahren erlaubt eine feine örtliche Diskretisierung.

### **Verfahren nach Kerner/Konhäuser [4]**

Das Verfahren nach Kerner/Konhäuser geht von der erweiterten Bewegungsgleichung (7) aus, die formal der Euler–Gleichung entspricht. Es basiert auf der Methode der finiten Differenzen im Orts– und Zeitraum nach dem Keller–Box–Schema. Das Verfahren führt in jedem Zeitschritt auf nichtlineare diskrete Bestimmungsgleichungen, die iterativ nach dem Newton–Verfahren gelöst werden. Die Konsistenzordnung ist  $O(\Delta x^2, \Delta t^2)$ . Das Verfahren erlaubt eine feine örtliche Diskretisierung und ist auch für große Zeitschritte stabil.

### **Verfahren nach Helbing/Treiber [2]**

Das Verfahren nach Helbing/Treiber geht von der erweiterten Bewegungsgleichung (5) aus, die aus einer gaskinetischen Betrachtungsweise hergeleitet wird. Der Anpassungsterm in der Bewegungsgleichung stellt bei diesem Verfahren nicht wie bei den anderen Verfahren eine Anpassung der mittleren Geschwindigkeit an eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit dar. Er entspricht vielmehr einem vorausschauenden Beschleunigen oder Bremsen. Das Verfahren basiert auf der Methode der finiten Differenzen und einem expliziten Euler–Verfahren. Das Courant–Kriterium für die örtliche und zeitliche Diskretisierung  $v \cdot \Delta t / \Delta x < 1$  muß eingehalten werden. Die Konsistenzordnung ist  $O(\Delta x, \Delta t)$ . Das Verfahren erlaubt eine feine örtliche Diskretisierung.

## Testbeispiel: Störungsanalyse

Die aufgeführten Verfahren wurden implementiert und an einem einfachen Testbeispiel vergleichend untersucht. Das Testbeispiel entspricht einer Störungsanalyse für einen gleichförmigen Verkehrsablauf mit unterschiedlichen Verkehrsdichten auf einer Ringstrecke. Bei einer Störungsanalyse wird auf einen homogenen Verkehrsablauf eine kleine Störung aufgebracht und deren Auswirkungen in der Simulation analysiert. Dabei treten folgende Verkehrsphänomene auf:

- Bei sehr niedrigen Gesamtdichten klingt die Anfangsstörung im Laufe der Zeit ab.
- Bei niedrigen mittleren Dichten führt die Anfangsstörung zu einem bewegten Stau.
- Bei höheren mittleren Dichten führt die Anfangsstörung zu Stop-and-Go-Wellen.
- Bei hohen mittleren Dichten führt die Anfangsstörung zu einem breiten Stau.
- Bei hohen Dichten klingt die Anfangsstörung im Laufe der Zeit ab.

Die Dichteverteilungen bei den Verkehrsphänomenen bewegter Stau, Stop-and-Go-Verkehr und breiter Stau sind in den nachfolgenden Diagrammen graphisch dargestellt.

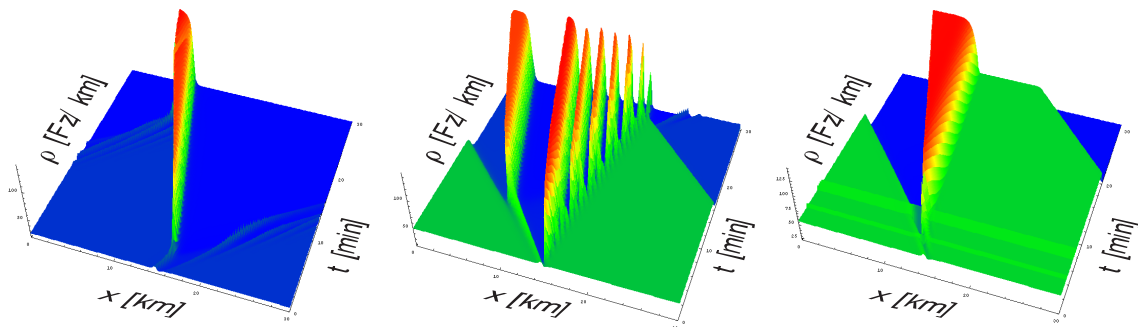


Abb. 4: Simulierte Verkehrsphänomene: bewegter Stau, Stop-and-Go, breiter Stau

## Qualitative und quantitative Beurteilung der Verfahren

Zur vergleichenden Beurteilung der verschiedenen Verfahren sind Vergleichsrechnungen mit möglichst einheitlichen Parametern für das beschriebene Testbeispiel durchgeführt worden. Diese Vergleichsrechnungen führen zu folgenden Bewertungen:

- Qualitativ liefern alle Verfahren gleichartige Ergebnisse. Sie sind in der Lage, die Verkehrsphänomene bewegte Staus, Stop-and-Go-Wellen und breite Staus bei ähnlichen mittleren Verkehrsdichten wiederzugeben. Diese qualitative Übereinstimmung der verschiedenen Verfahren ist den bisherigen Veröffentlichungen nicht zu entnehmen.
- Quantitativ lassen sich jedoch signifikante Unterschiede bei der Simulation der Verkehrsphänomene erkennen. So sind beispielsweise die Stauwellengeschwindigkeiten, -höhen und -breiten sowie die Anzahl der Stop-and-Go-Wellen bei einer bestimmten mittleren Anfangsdichte verschieden. Die Erfahrungen haben gezeigt, daß die quantitativen Ausprägungen der Verkehrsphänomene bereits durch Änderung der Orts- und Zeitdiskretisierung wesentlich beeinflusst werden.

- Die dichteabhängige Gleichgewichtsgeschwindigkeit im Anpassungsterm der Bewegungsgleichung ist für die makroskopische Verkehrssimulation von fundamentaler Bedeutung. Sie ist maßgebend für das Auftreten von Verkehrsphänomenen, während der Druck- oder Viskositätsterm in der Bewegungsgleichung die quantitative Ausprägung eines auftretenden Verkehrsphänomens beeinflusst.

### **Verkehrsmessung und Verkehrssimulation**

Um die Brauchbarkeit der makroskopischen Verkehrssimulationen mit ihren verschiedenen Ansätzen für Verkehrsprognosen zu beurteilen, ist der Vergleich von Simulationsergebnissen mit Meßergebnissen auf der A5 bei Frankfurt ausgewertet worden. Für einen typischen, gemessenen Verkehrsablauf werden gegenwärtig Simulationsrechnungen durchgeführt. Die Auswertung von Meßergebnissen, die Bestimmung der maßgebenden Parameter für die Simulationsmodelle, die Festlegung von geeigneten Randbedingungen und die Ergebnisse der Simulationsrechnungen werden auf dem Forum vorgetragen.

## **5 Zusammenfassung und Ausblick**

In dem vorliegenden Beitrag sind die makroskopischen Modelle der Verkehrsdynamik behandelt. Sie basieren auf der Kontinuitätsgleichung und der Bewegungsgleichung für die Verkehrsdichte und die mittlere Verkehrsgeschwindigkeit. Die verschiedenen Modellansätze unterscheiden sich in der Formulierung der Bewegungsgleichungen. Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß die wesentlichen Verkehrsphänomene (bewegter Stau, Stop-and-Go, breiter Stau) trotz unterschiedlicher Modellansätze qualitativ wiedergegeben werden können. Für den praktischen Einsatz von makroskopischen Simulationsmodellen für Verkehrsprognosen und Verkehrssteuerungen sind weitergehende Untersuchungen im Vergleich mit vorhandenen Verkehrsmessungen bei Staubildungen und -auflösungen auf Autobahnen notwendig.

## **Literatur**

- [1] Cremer, M. (1979): *Der Verkehrsfluß auf Schnellstraßen. Modelle, Überwachung, Regelung*. Springer, Berlin
- [2] Helbing, D.; Treiber, M. (1999): *Derivation, Properties, and Simulation of a Gas-Kinetic-Based, Non-Local Traffic Model*. Physical Review E **59**, 239–253
- [3] Hilliges, M. (1995): *Ein phänomenologisches Modell des dynamischen Verkehrsflusses auf Schnellstraßennetzen*. Diss., Shaker, Aachen
- [4] Kerner, B.S.; Konhäuser, P. (1993): *Makroskopische Verkehrssimulation: Einsatzmöglichkeiten und numerisches Lösungsverfahren*. In: 8. Symposium Simulationstechnik, Berlin 93, Vieweg
- [5] Papageorgiou, M. (1983): *Applications of automatic control concepts to traffic flow modeling and control*. Springer, Berlin
- [6] Rose, M.; Milbradt, P. (2000): *Numerische Approximation makroskopischer Verkehrsmodelle mit der Methode der Finiten Elemente*, ikm 2000, Weimar